CONTROLADORES DE LYAPUNOV NO LINEALES PARA SISTEMAS BI-LINEALES

Hebertt Sira Ramirez
Universidad de Los Andes. Mérida-VENEZUELA.

Este trabajo considera una clase de reguladores por retro-alimentación del estado, de naturaleza no lineal, para sistemas dinámicos bi-lineales. El método de síntesis utiliza el " segundo método " de Lyapunov como base, permitiendo la obtención de un diseño estable.

Haciendo uso de una función positiva definida y cuadrática en la familia de potencias tensoriales del vector de estado del sistema, se obtiene un regulador altamente no-lineal, aunque de sencilla implementación, que garantiza la estabilidad asintótica del origen en relación a la trayectoria del sistema retroalimentado. Utilizando el mismo esquema de síntesis se logran proponer, adicionalmente, controladores del tipo "bang-bang".

Como un caso particular de sumo interés, consideramos el caso de una planta lineal. Para aplicar los resultados obtenidos, utilizamos la representación bilineal de la planta haciendo uso del artificio de Myhill. La aplicación directa de los resultados nos conduce a un controlador retroalimentado similar al propuesto en [4] pero con la ventaja de obtener una ley de retroalimentación explícita.

El trabajo establece las conclusiones más sobresalientes de los resultados obtenidos y dá sugerencias sobre áreas de posible investigación en el futuro.

I. INTRODUCCION

El llamado "segundo método " de Lyapunov para el análisis de la estabilidad de los sistemas dinámicos, fué también empleado,por vez primera, como herramienta de diseño en el trabajo de Kalman y Bertram [6] quienes además demostraron la potencialidad de este método en la estimación del período de transición (ó régimen no estacionario) en la respuesta de los sistemas retroalimentados. El "segundo método" de Lyapunov como herramienta de síntesis es, por lo tanto, bien conocido y de amplia aceptación, en especial cuando se dispone de restricciones sobre las magnitudes de la acción de control sobre el sistema. En estos casos el método arroja, por lo general, controladores del tipo "bang-bang". Esta última característica ha permitido a algunos autores [2],[3], formular un problema inverso de control óptimo que permita hallar el índice de funcionamiento para el cual esta ley de control "bang-bang " se comporta como óptima.

La posibilidad de utilizar esquemas no-lineales de control en sistemas lineales fué expuesta por Sandor y Williamson [4] en un trabajo que explota la posibilidad de formular funciones de Lyapunov altamente no-lineales que tienen como base el empleo de las llamadas formas o potencias tensoriales del vector de estado [1]. La aplicación de la síntesis de controladores mediante el "segundo método" lleva en este caso a una ley de control no-lineal cuyo efecto sobre la planta lineal es mejorar el tiempo de respuesta del sistema en forma apreciable. El posible defecto de la metodología seguida en [4] - descansa en el hecho de insistir que el problema a resolverse sigue siendo un problema inverso de control óptimo. El resultado final genera ciertamente una ley de control que estabiliza el sistema pero cuya forma no es explícita.

Dentro del estudio de los sistemas bi-lineales la generación de leyes de control, que surgen de la aplicación del "segundo método" de Lyapunov, también ha recibido atención en [2] y [3]. Sinembargo, las leyes de control propuestas utilizan funciones de Lyapunov cuadráticas en el vector de estado de la planta bi-lineal. El énfasis principal de estos trabajos de Longchamp mencionados anteriormente, está en la obtención de leyes de control del tipo "bang-bang" en virtud de la consideración de limitaciones a la magnitud de la acción de control del sistema.

Nuestro trabajo produce una fusión de las ideas presentadas en [2],[3] y [4], teniendo como telón de fondo los trabajos pioneros de Kalman y Beltram [6] así como el correspondiente de Monopoli [5]. La idea principal de nuestro desarrollo está en utilizar el "segundo método" en la obtención de leyes de control para sistemas bi-lineales utilizando funciones de Lyapunov que son cuadráticas en la familia de potencias tensoriales del vector de estado del sistema bi-lineal. Evidentemente, el método conduce a la obtención de una ley de control que estabiliza el sitema bi-lineal. Puesto que la ley de control obtenida esta dada en forma explícita nuestros resultados son directamente aplicables al caso lineal de [4] utilizando la representación bi-lineal de la planta lineal mediante simple aumento de la dimensión del vector de estado del sistema lineal (este artificio conduce a la llamada "máquina de Myhill" del sistema lineal, por esta razón denominaremos a este artificio , el "artificio de Myhill "). Adicionalmente, esta técnica permite la obtención de controladores del tipo "bang-bang" . Esta posibilidad, de hecho, generaliza los resultados de [2] y [3].

En la sección II de este trabajo daremos a conocer la notación básica así como las definiciones y resultados que soportan los desarrollos ulteriores. La sección III presenta el resultado principal de este trabajo obteniendo la ley de control no-lineal en forma explícita que estabiliza al sistema bi-lineal. Esta sección también presenta las fórmulas necesarias para el controlador cuando se asumen restricciones en el vector de control del sistema bi-lineal. La sección III presenta, a manera de ejemplo, la aplicación del resultado principal al caso de una planta lineal. La sección IV contiene las conclusiones del trabajo y algunas sugerencias para futuros trabajos de investigación en este área. Al final del artículo se muestra la bibliografía consultada en la elaboración de este trabajo.

II NOTACION, DEFINICIONES Y RESULTADOS BASICOS

En esta sección daremos algunas definiciones siguiendo muy de cerca las dadas en [7] y [8]. Las mismas describen las "potencias tensoriales" de un vector y de una matriz. También anotaremos algunos hechos importantes en relación a las versiones infinitesimales de estas "potencias".

Si $\underline{x}$ es un vector de n componentes $x_1, x_2, \ldots, x_n$, denotaremos mediante $\underline{x}^{[p]}$ el vector $\binom{n+p-1}{p}$-dimensional constituido por las formas homogeneas de grado p en las n componentes de $\underline{x}$. Por convención adoptaremos a $\underline{x}^{[0]} = 1$. Los elementos del vector $\underline{x}^{[p]}$ son de la forma $\alpha_p \prod_{i=1}^{m} x_i^{p_i}$ con $\sum p_i = p$; $p_i > 0$. Definiremos a $N(n,p) = \binom{n+p-1}{p}$ y

$$\alpha_p^{\,2} = \binom{p}{p_1}\binom{p-p_1}{p_2} \ldots \binom{p-p_1-p_2-\cdots-p_{n-1}}{p_n} \tag{2.1}$$

Nos referiremos a esta "potencia de $\underline{x}$" como la "p-ésima potencia tensorial del vector $\underline{x}$.

Si $\underline{y} = A\,\underline{x}$ entonces $\underline{y}^{[p]} = A^{[p]}\,\underline{x}^{[p]}$ también se cumple y $A^{[p]}$ recibe entonces, apropiadamente, el nombre de "p-ésima potencia tensorial de la matriz A". Designaremos mediante $A_{[p]}$ la versión infinitesimal de la potencia anterior. Es decir, si $\underline{x}$ satisface la ecuación diferencial $d/dt\ \underline{x} = A\,\underline{x}$ entonces $d/dt\ \underline{x}^{[p]} = A_{[p]}\,\underline{x}^{[p]}$.

Algunas propiedades interesantes de las potencias tensoriales de una matriz así como de sus versiones infinitesimales se resumen a continuación :

1) $(AB)^{[p]} = A^{[p]}\,B^{[p]}$
2) $(A^q)^{[p]} = (A^{[p]})^q$
3) $(A')^{[p]} = (A^{[p]})'$
4) $(A+B)_{[p]} = A_{[p]} + B_{[p]}$
5) $(q\,A)_{[p]} = q\,A_{[p]}$ para cualquier escalar q.
6) $(A')_{[p]} = (A_{[p]})'$

(2.2)

Extenderemos ahora las definiciones de potencia tensorial de vectores y matrices considerando vectores constituidos por un arreglo ordenado por apilamiento de potencias tensoriales de un vector $\underline{x}$. Para ello tomaremos la p-ésima potencia tensorial de un vector cuya primera componente es el escalar 1 y el resto de las componentes son las del vector $\underline{x}$. Asignaremos a este vector el símbolo $\tilde{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 1 \\ \underline{x} \end{bmatrix}$. Entonces :

$$\tilde{\underline{x}}^{[p]} = \left| \begin{array}{c} 1 \\ \underline{x} \\ \underline{x}^{[2]} \\ \vdots \\ \underline{x}^{[p]} \end{array} \right|$$

Daremos a este vector así definido, el nombre de la "p-ésima familia de potencias tensoriales del vector $\underline{x}$". La dimensión de $\tilde{\underline{x}}^{[p]}$ es $\binom{n+p}{p} = \tilde{N}(n,p)$.

Haciendo uso directo de las definiciones anteriores, se determina facilmente que si $\underline{y} = A\,\underline{x}$ entonces $\tilde{\underline{y}} = \tilde{A}\,\tilde{\underline{x}}$ y también $\tilde{\underline{y}}^{[p]} = \tilde{A}^{[p]}\,\tilde{\underline{x}}^{[p]}$ donde $\tilde{A}^{[p]}$ es una matriz diagonal a bloques de la forma $\tilde{A}^{[p]} = \mathrm{diag}\,[\,1, A, \ldots, A^{[p]}]$. La versión infinitesimal de $\tilde{A}^{[p]}$ la designaremos mediante $\tilde{A}_{[p]}$ = diag [$0, A, \ldots, A_{[p]}$]. Las propiedades dadas en (2.2) para potencias tensoriales de matrices se extienden a la p-ésima familia de potencias tensoriales de A y a su versión infinitesimal.

Lema 1 Los autovalores de $A_{[p]}$ están constituidos por el conjunto de todas las $N(n,p)$ sumas formalmente distintas de autovalores de A tomados p a la vez. Así en particular, si A es Hurwitz (es decir todos sus autovalores tienen parte real negativa) entonces $A_{[p]}$ y $\tilde{A}_{[p]}$ también son Hurwitz.

Prueba : La primera parte del lema se establece facilmente bien mediante diagonalización o reducción a forma de Jordán de la matriz de base A . La segunda parte del lema es una consecuencia directa de las definiciones y de la primera parte del mismo.

Lema 2 Si A es una matriz de n x n y T es no-singular, entonces :

$$(T\,A\,T^{-1})_{[p]} = (T^{[p]})\,A_{[p]}\,(T^{[p]})^{-1} \tag{2.3}$$

Prueba : Sea $d/dt\,\underline{x} = A\,\underline{x}$, entonces $d/dt\,\underline{x}^{[p]} = A_{[p]}\,\underline{x}^{[p]}$. Si $\underline{z} = T\,\underline{x}$ entonces $d/dt\,\underline{z} = T\,A\,T^{-1}\,\underline{z}$ y $\underline{z}^{[p]} = T^{[p]}\underline{x}^{[p]}$, por lo tanto : $d/dt\,\underline{z}^{[p]} = (T\,A\,T^{-1})_{[p]}\,\underline{z}^{[p]}$. Por otra parte tenemos : $d/dt\,\underline{z}^{[p]} = T^{[p]} d/dt\,\underline{x}^{[p]} = T^{[p]}A_{[p]}\underline{x}^{[p]} = T^{[p]}A_{[p]}(T^{[p]})^{-1}\,\underline{z}^{[p]}$. El resultado es entonces inmediato.

Como una consecuencia de este lema obtenemos la fórmula correspondiente para la familia de potencias tensoriales :

$$(\hat{T}\,\tilde{A}\,\hat{T}^{-1})_{[p]} = (\hat{T}^{[p]})\,\tilde{A}_{[p]}(\hat{T}^{[p]})^{-1} \tag{2.4}$$

La prueba de este hecho se deja al lector.

Lema 3 Sea $\underline{b}$ un vector columna n-dimensional. Designemos mediante $\bar{B}$ la matriz :

$$\bar{B} = \begin{vmatrix} 0 & \underline{0}_{1xn} \\ \underline{b} & 0_{nxn} \end{vmatrix} \tag{2.5}$$

entonces la matriz $\bar{B}_{[p]}$ tiene sus sub-matrices no nulas en aquellos bloques inmediatamente por debajo de los bloques principales nulos de acuerdo a la siguiente estructura :

$$\bar{B}_{[p]} = \begin{vmatrix} 0 & \underline{0}_{1xn} & \underline{0}_{1xN(n,2)} & \cdots & \underline{0}_{1xN(n,p-1)} & \underline{0}_{1xN(n,p)} \\ \bar{\underline{b}}_{(1)} & [0_{nxn}]_{[1]} & 0_{nxN(n,2)} & \cdots & 0_{nxN(n,p-1)} & 0_{nxN(n,p)} \\ \underline{0}_{nx1} & \bar{\underline{b}}_{(2)} & [0_{nxn}]_{[2]} & \cdots & 0_{N(n,2)xN(n,p-1)} & 0_{N(n,2)xN(n,p)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \underline{0}_{N(n,p-1)x1} & \cdots\cdots & & \cdots & [0_{nxn}]_{[p-1]} & 0_{N(n,p-1)xN(n,p)} \\ \underline{0}_{N(n,p)x1} & \cdots\cdots & & \cdots & \bar{\underline{b}}_{(p)} & [0_{nxn}]_{[p]} \end{vmatrix} \tag{2.6}$$

donde $\bar{\underline{b}}_{(k)}$ es una matriz de dimensiones $N(n,k) \times N(n,k-1)$ con $\bar{\underline{b}}_{(1)} = \underline{b}$. El mapa $\underline{b} \to \bar{\underline{b}}_{(k)}$ es lineal y $[0_{nxn}]_{[k]}$ es una matriz de $N(n,k) \times N(n,k)$.

Lema 4 Sea $B = [\underline{b}_1, \underline{b}_2, \ldots, \underline{b}_m]$ una matriz de n x m . Supóngase que $\underline{x}$ satisface la ecuación diferencial lineal :

$$\frac{d}{dt}\, \underline{x} = A\, \underline{x} + B\, \underline{u} \tag{2.7}$$

entonces $\underline{\tilde{x}}^{[p]}$ evoluciona de acuerdo con la dinámica bi-lineal :

$$\frac{d}{dt}\, \underline{\tilde{x}}^{[p]} = (\tilde{A}_{[p]} + \sum_{i=1}^{m} u_i\, \bar{B}_{i[p]})\, \underline{\tilde{x}}^{[p]} \tag{2.8}$$

donde las u_i's son las componentes de $\underline{u} \in R^m$; $\tilde{A}_{[p]}$ es tal como se definió antes y $\bar{B}_{i[p]}$ tiene la estructura dada en el Lema 3.

Prueba La prueba está basada en el simple hecho de que (2.7) puede ser descrito como un sistema bi-lineal con un estado dado por el vector compuesto $\underline{\tilde{x}}$. Este vector evoluciona de acuerdo con la dinámica :

$$\frac{d}{dt}\, \underline{\tilde{x}} = [\ \tilde{A} + \sum_{i=1}^{m} u_i\, \bar{B}_i\ ]\, \underline{\tilde{x}} \tag{2.9}$$

El resultado es inmediato luego de la aplicación de la propiedad 4) de la ecuación (2.2).

Como un corolario al lema anterior, se sigue que para k=0,1,2,.... etc.

$$\frac{d}{dt}\, \underline{x}^{[k]} = A_{[k]}\, \underline{x}^{[k]} + \sum_{i=1}^{m} u_i\, \underline{\bar{b}}_{i(k)}\, \underline{x}^{[k-1]} \tag{2.10}$$

III FORMULACION DEL PROBLEMA Y RESULTADOS PRINCIPALES

En esta sección aplicaremos el "segundo método" de Lyapunov para diseñar una ley de control no-lineal que estabilice la trayectoria del sistema en el origen de coordenadas. Esta ley de características "polinómicas" en la no-linealidad estará expresada en términos de familias de potencias tensoriales.

Considérese el sistema dinámico bi-lineal :

$$\frac{d}{dt}\, \underline{x} = [\ A + \sum_{i=1}^{m} u_i\, B_i\ ]\, \underline{x} \tag{3.1}$$

donde A es Hurwitz.

Se require, mediante el empleo del "segundo método" diseñar una ley de control para el sistema anterior que estabilice las trayectorias del sistema en torno al origen de coordenadas.

Proposición 1 La ley de control dada por :

$$u_i = -\ \tfrac{1}{2}\ (\ \underline{\tilde{x}}^{[p]}\ )'\ \hat{B}'_{i[p]}\ \hat{P}\ \underline{\tilde{x}}^{[p]}\ ;\ i=1,2,\ldots,m \tag{3.2}$$

estabiliza las trayectorias del sistema en torno al origen de coordenadas. Siendo $\hat{B}_{i[p]} =$ diag [0, B_i, $B_{i[2]}$,..., $B_{i[p]}$] para cada i. $B_{i[k]}$; k=1,2,...,p es la versión infinitesimal de la k-ésima potencia tensorial de la matriz B_i (Véase [1]). La matriz $\tilde{P}$ tiene la forma :

$$\hat{P} = \begin{vmatrix} 0 & \underline{0}_{1xn} \\ \underline{0}_{nx1} & P \end{vmatrix} \tag{3.3}$$

donde $P = P' > 0$.

Prueba La demostración de esta proposición se hace considerando la siguiente función de Lyapunov :

$$V(\underline{x}) = (\underline{\tilde{x}}^{[p]})' \hat{P} (\underline{\tilde{x}}^{[p]}) \tag{3.4}$$

Esta forma cuadrática en la familia de potencias tensoriales de grado p del vector de estado $\underline{x}$ admite como derivada con respecto al tiempo :

$$\frac{d}{dt} V(\underline{x}) = [(\tilde{A}_{[p]} + \textstyle\sum_{i=1}^{m} u_i \tilde{B}_{i[p]}) \underline{\tilde{x}}^{[p]}]' \hat{P} \underline{\tilde{x}}^{[p]} + (\underline{\tilde{x}}^{[p]})' \hat{P} [(\tilde{A}_{[p]} + \textstyle\sum_{i=1}^{m} u_i \tilde{B}_{i[p]}) \underline{\tilde{x}}^{[p]}] \tag{3.5}$$

rearreglando la expresión :

$$\frac{d}{dt} V(\underline{x}) = (\underline{\tilde{x}}^{[p]})' [\tilde{A}'_{[p]} \hat{P} + \hat{P} \tilde{A}_{[p]}] \underline{\tilde{x}}^{[p]} + \textstyle\sum_{i=1}^{m} u_i [(\underline{\tilde{x}}^{[p]})' (\tilde{B}'_{i[p]} \hat{P} + \hat{P} \tilde{B}_{i[p]}) (\underline{\tilde{x}}^{[p]})]$$

El primer sumando de la expresión anterior es ciertamente negativo definido, en virtud de ser A (y por lo tanto $A_{[p]}$ y $\tilde{A}_{[p]}$) una matriz Hurwitz. En razón de ser cada componente de la suma abreviada en la expresión anterior una cantidad escalar, no es difícil ver que la derivada de la función de Lyapunov admite entonces también la siguiente forma :

$$\frac{d}{dt} V(\underline{x}) = -(\underline{\tilde{x}}^{[p]})' Q \underline{\tilde{x}}^{[p]} + \textstyle\sum_{i=1}^{m} 2 u_i (\underline{\tilde{x}}^{[p]})' \tilde{B}'_{i[p]} \hat{P} (\underline{\tilde{x}}^{[p]})$$

donde Q es una matriz positiva definida de dimensiones apropiadas.

De esta última expresión surge inmediatamente el resultado de la proposición expresado en la fórmula (3.2).

El segundo método de análisis de estabilidad de Lyapunov aplicado sobre el sisema bilineal retroalimentado con esta expresión para el control de la planta, resulta evidentemente en un sistema asintóticamente estable.

De existir limitaciones o restricciones en la magnitud de cada control u_i de la forma :

$$| u_i | \leqq \beta_i$$

entonces el siguiente esqucma de control " bang-bang " :

$$u_i = - \beta_i \operatorname{sgn}[(\underline{\tilde{x}}^{[p]})' \tilde{B}'_{i[p]} \hat{P} (\underline{\tilde{x}}^{[p]})] \tag{3.6}$$

proporciona igualmente un sistema en lazo cerrado que adopta un comportamiento asintótico estable en cuanto a su trayectoria del vector de estado se refiere.

En este último caso, el sistema a lazo cerrado queda descrito por una ecuación diferencial cuyo segundo miembro es discontinuo. Esto crea algunas dificultades desde el punto de vista teórico ya que existe entonces la posibilidad de que no existan soluciones a la ecuación diferencial en el sentido clásico (Véase [3]). Esta dificultad sólo se podría obviar al costo de perder incluso la estabilidad asintótica del origen como punto de equilibrio. (Véase también [5]). Este resultado, sinembargo, generaliza los de [2] y [3].

Ejemplo Como una aplicación de los resultados obtenidos en esta Sección, consideremos el caso de una planta lineal :

$$\frac{d}{dt}\underline{x} = A\underline{x} + B\underline{u} \qquad (3.7)$$

con $B = [\ \underline{b}_1, \underline{b}_2, \ldots, \underline{b}_m]$ y A es Hurwitz.

La p-ésima familia de potencias tensoriales del vector $\underline{x}$ evoluciona de acuerdo a :

$$\frac{d}{dt}\tilde{\underline{x}}^{[p]} = \tilde{A}_{[p]}\,\tilde{\underline{x}}^{[p]} + \sum_{i=1}^{m} u_i \bar{B}_{i[p]}\,\underline{x}^{[p]} \qquad (3.8)$$

donde $\tilde{A}_{[p]} = \mathrm{diag}[\ 0,\ A,\ A_{[2]}, \ldots, A_{[p]}]$ y $\bar{B}_{i[p]}$ tiene la forma dada por (2.6) con $\bar{B}_i$ de la forma :

$$\bar{B}_i = \begin{vmatrix} 0 & \underline{0}_{1xn} \\ \underline{b}_i & 0_{nxn} \end{vmatrix} \ ; \ i = 1, 2, \ldots, m$$

Un regulador de la forma (3.2) aplicado sobre (3.7) garantiza la estabilidad asintótica del origen y resulta en un regulador de naturaleza no-lineal para la planta lineal original. Este controlador es la versión explícita del obtenido por Sandor y Williamson [4].

Es necesario en este punto ofrecer al lector una explicación que pudiera parecer obvia; y es lo referente al grado de facilidad o dificultad que pudiera presentar la implementación ó instrumentación de un controlador como el representado por la ecuación (3.2) sobre una planta bi-lineal ó lineal si fuere el caso. A este respecto es necesario acotar lo siguiente : las p-ésimas familias de potencias tensoriales del vector $\underline{x}$ para una planta bi-lineal ó lineal evolucionan, como lo hemos visto, de acuerdo a una estructura bi-lineal (sumamente "esparcitiva" para el caso lineal,por cierto) que solo requiere de multiplicadores para su instrumentación sobre un computador análogo. Es decir, a pesar de la naturaleza "polinómica" (ó mejor dicho : multinómica) de las componentes del vector de estado en forma de potencia tensorial, solo se requieren : multiplicadores para la acción del control y condiciones iniciales que representan ciertamente la potencia tensorial adecuada de la condicion inical original. La forma del control (3.2) simplemente toma las componentes del vector de estado del sistema de mayor dimensión (el cual como aseguramos es facilmente"simulable" sobre cualquier computador análogo) y mediante multiplicadores únicamente sintetizamos la ley de control estabilizante.

IV CONCLUSIONES

En este artículo hemos presentado un método de síntesis para controladores no-lineales de plantas lineales ó bi-lineales. El controlador propuesto,en sus varias versiones, siempre resulta en un controlador estabilizante gracias a que su proveniencia se logra sobre la base de la utilización del "segundo método" de Lyapunov para el análisis de la estabilidad de sistemas dinámicos. Este trabajo demuestra la factibilidad de utilizar tales controladores, en forma explícita, para el caso de una planta lineal.

Como sugerencias para investigaciones que pudieran desprenderse de este trabajo, proponemos el estudio del incremento en tiempo de respuesta de un sistema controlado no-linealmente con un esquema como el nuestro, en relación con cualquier otra ley de control.

V BIBLIOGRAFIA

[1] Sira, H., " A Bi-linear Observer Approach to a Class of Non-linear State Reconstruction Problems," XX Annual Allerton Conference on Communications, Control and Computing. Allerton House, Monticello. Universidad de Illinois. Octubre 1982.

[2] Longchamp, R., " Stable Feedback Control of Bi-linear Systems," IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. AC-25 No. 2. pp 302-306. Abril 1980.

[3] Longchamp, R., "Controller Design for Bi-linear Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-25 No. 3, pp 547-548. Junio 1980.

[4] Sandor, J., & Williamson,D., " Non-linear Feedback to Improve the Transient Response of a Linear Servo," IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. AC-22, pp 821-825. Octubre 1977.

[5] Monopoli, R. V., " Synthesis Techniques Employing the Direct Method," IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. AC-10, pp 369-370. Abril 1965.

[6] Kalman, R.E., & Bertram, J.E., " Control System Analysis and Design via the "Second Method" :I Continuous-Time Systems," Journal of Basic Engineering. Transactions ASME. Vol. 82, Número 2 . pp 371-393. 1960.

[7] Sira, H., " Determining the Feasible Region for Non-Stationary, Nonlinear Feedback Systems." Proceedings XVII Annual Allerton Conference on Communications, Control & Computing. Allerton House. Universidad de Illinois, 1979

[8] Brockett, R. W., " Lie Algebras and Lie Groups in Control Theory," en Geometric Methods in Systems Theory. Reidel. Holanda 1973.

Hebertt Sira Ramirez nació en San Cristobal (Táchira),Venezuela,en Diciembre de 1948. Obtuvo el título de Ingeniero Electricista en la Universidad de Los Andes (Venezuela) en 1970, Cursó estudios sobre teoría del Control en el Instituto Tecnológico de Massachusetts (M.I.T) donde obtuvo los grados de M.S.E.E. y de Electrical Engineer en 1974 y el PhD en 1977. El Dr. Sira se desempeña como profesor Titular de la Universidad de Los Andes. Sus intereses se centran alrrededor de los Sistemas de Gran Escala, Teoría Nebulosa de la Incertidumbre en Sistemas Dinámicos y Sistemas Bi-lineales.