

Control de Motores de Reluctancia Conmutada: Un enfoque energético[□]

P. Maya-Ortiz[†], G. Espinosa-Pérez
 Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM)
 Facultad de Ingeniería – DEIFI
 Apartado Postal 70-256
 04510 México D.F.
 MEXICO
 Tel: (52)56.22.30.11
 Fax: (52)56.16.10.73
 paulm@automatizacion.iingen.unam.mx

M. Velasco-Villa, H. Sira-Ramírez
 CINVESTAV-IPN
 Ingeniería Eléctrica-Mecatrónica
 Apartado Postal 14-740
 07300 México D.F.
 MEXICO
 Tel: (52)57.47.38.44
 Fax: (52)57.47.38.66
 velasco(hsira@mail.cinvestav.mx

Resumen

En este artículo, el control de un motor de reluctancia conmutada es analizado desde la perspectiva del Control Basado en Pasividad. El controlador propuesto resuelve el problema de seguimiento de par/velocidad/posición explotando las propiedades de pasividad de la máquina. La metodología de diseño considera la descomposición por retroalimentación del modelo del motor en dos sistemas pasivos, uno eléctrico y el otro mecánico y se divide en tres pasos: Controlar el subsistema eléctrico para garantizar el seguimiento de corrientes, definir el comportamiento deseado de las corrientes de tal forma que se asegure el seguimiento de par y el diseño del lazo de control para la velocidad y la posición. La característica principal del presente resultado es: este cae dentro de la clase de esquemas de control que toman en cuenta los efectos de la saturación que se presentan en los devanados de estator y, considerando la generación de par, este considera el uso de *funciones de distribución de par*. Este artículo presenta tres contribuciones importantes: El controlador es diseñado usando ideas de disipación de energía, el resultado reportado formaliza matemáticamente la práctica común en la ingeniería de controlar este tipo de máquinas con un enfoque en cascada y es una extensión de los controladores basados en pasividad previamente reportados para máquinas eléctricas con la diferencia de que en este ya no se requiere de las propiedades de la transformación de Blondel-Park.

Palabras clave: Sistemas No-Lineales, Control de Máquinas Eléctricas, Control Basado en Pasividad.

[□]Esta investigación fue patrocinada por DGAPA-UNAM (Proyecto IN109799) y CONACYT-MEXICO (Proyecto 27564-A).

[†]Autor a quien debe dirigirse la correspondencia.

1 Introduccion

Los motores de reluctancia conmutada (SRM por sus siglas en inglés), son parte de una clase de máquinas eléctricas que han ganado popularidad en los últimos años, debido a la ausencia de imanes permanentes o devanados en el rotor, lo que las hace de bajo costo y una alternativa muy confiable. Su estructura simple, junto con la creciente disponibilidad de conmutadores electrónicos rápidos, baratos y para altas potencias, además de circuitos integrados capaces de procesar señales a velocidad muy alta, han motivado que se propongan varios controladores para estos motores; algunos de ellos están diseñados desde el punto de vista puramente industrial [1] mientras que otros, son controladores no lineales matemáticamente justificados [2], [3].

La limitación más común que se presenta en las contribuciones reportadas por otros autores es debida a la desventaja más importante de esta máquina: la naturaleza altamente no lineal de su circuito magnético. Dado que la porción de hierro del circuito magnético experimenta saturaciones muy altas para una buena explotación de la máquina, una práctica usual en el diseño del controlador, es considerar que los enlaces de flujo mantengan una relación lineal con la corriente en los devanados. Esta consideración, por un lado, permite un diseño más simple pero, por otro, se debe establecer un compromiso entre la sencillez y el desempeño, especialmente relacionado con la presencia de un rizo muy grande en el par generado.

Por otra parte, El Control Basado en Pasividad (PBC por sus siglas en inglés), es una metodología de diseño de controladores ya establecida [6] que ha mostrado ser muy útil en la solución de problemas de control para una gran clase de sistemas (físicos) no lineales. En el caso particular de las máquinas eléctricas, con esta técnica se ha resuelto el problema de control par/velocidad/posición para las máquinas cono-

cidas como Blondel-Park transformables (subactuadas y completamente actuadas)[7]. Esta metodología pide primero descomponer el modelo no lineal de la máquina en dos sistemas pasivos interconectados (uno eléctrico y el otro mecánico), i.e. sistemas que no generan energía, para después resolver el problema de control para el subsistema eléctrico, resolviendo los problemas de control de corriente y de par para, posteriormente, resolver el problema de control del subsistema mecánico.

Las principales contribuciones de este artículo son:

- Mostrar que el modelo completo del SRM, i.e. sin suposiciones relacionadas con el circuito magnético de la máquina, puede ser descompuesto en una interconexión retroalimentada de dos subsistemas pasivos.
- El diseño de un control de velocidad usando PBC, para esta máquina que no es Blondel-Park transformable.

La importancia de los resultados obtenidos estriba en que establecen un primer paso para la solución del problema de control, usando ideas de pasividad, para motores eléctricos que no disfrutaban de las propiedades de la transformación de Blondel-Park y exhiben circuitos magnéticos altamente no lineales.

Aunado a este resultado y con el fin de ilustrar la utilidad del método de pasividad, el controlador propuesto se ajustó para el modelo del SRM donde la inductancia no lineal es aproximada por su primera armónica, lo que conduce a una relación lineal entre los flujos y las corrientes.

2 Modelo del Motor de Reluctancia Conmutada

En esta sección se presenta el modelo matemático no lineal que describe el comportamiento dinámico del SRM. Se presentan primero las características generales de la máquina para después presentar las ecuaciones dinámicas que no consideran ninguna simplificación en la estructura del flujo. Finalmente, se presenta el modelo clásico simplificado, donde se asume una relación lineal entre flujos y corrientes.

2.1 Características generales

El SRM se diferencia de otro tipo de motores debido a que las fuerzas se generan por acciones reluctivas y no por acciones inductivas. La estructura básica de este motor está mostrada en la Figura 1, donde se puede notar que la producción de par es idéntica al par de alineamiento visto entre dos imanes polarizados de forma opuesta.

Este estructura permite la concentración de los devanados en el estator de la máquina mientras que el rotor no tiene ni imanes permanentes ni devanados, lo que

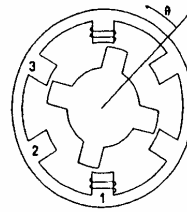


Figura 1: Estructura básica de un SRM 3φ

conduce a tener algunas características atractivas, entre las cuales se encuentran: Su construcción es simple y libre de escobillas (haciendo esta máquina atractiva por su bajo costo y su confiabilidad), el par generado es más grande en relación con otras máquinas, del mismo tamaño, que lo producen por inducción (lo que elimina los engranes, junto con las desventajas intrínsecas, cuando son usadas como actuadores directos).

Paradójicamente, la que puede ser considerada la principal desventaja de este tipo de máquinas, se presenta por su estructura simple, dado que para generar el par, las corrientes de estator deben ser conmutadas secuencialmente ON y OFF de acuerdo con la posición del rotor. Este mecanismo de producción de par hace que, con el fin de maximizar la relación par/masa, la máquina debe operar principalmente con saturación magnética dando como resultado, por lo tanto, un par generado que es representado por una función no lineal de la posición del rotor y las corrientes de estator. Aún más, como se establece en [4], bajo las condiciones citadas arriba la gráfica de las inductancias idealizadas son como se muestran en la Figura 2, donde la producción de par positivo es garantizada solo cuando la inductancia crece mientras que el par negativo se garantiza cuando esta variable decrece.

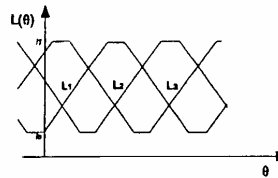


Figura 2: Inductancias en un SRM 3φ

Las restricciones citadas anteriormente en el sentido de que las corrientes de estator deben ser conmutadas, imponen el requerimiento de la existencia de un conmutador electrónico como el que se presenta en la Figura 3 para un motor de 3. Los conmutadores electrónicos son abiertos y cerrados con el fin de que la forma de onda requerida para las corrientes de estator sea garantizada. La función primaria del conmutador es coordinar el proceso de conmutación y en este artículo, siguiendo ideas de [3] y [8], este objetivo es garantizado de forma suave haciendo la transición de una fase a otra mediante *funciones de distribución* $m_1(\theta)$, $m_2(\theta)$, $m_3(\theta)$ que "suavizan" las corrientes, produciendo el par de una forma suave. La definición de estas funciones se presenta en la siguiente sección.

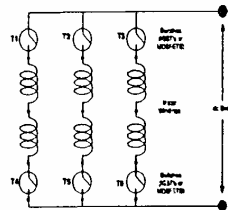


Figura 3: Conmutador electrónico de un SRM 3

2.2 Modelo completo

Como se establece en [8], las ecuaciones diferenciales que describen un SRM 3 son

$$L_{jj}(\theta) \frac{di_j}{dt} + L_{jj}(\theta) \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} \dot{\theta} + r_{ij} i_j = u_j \quad (2.1)$$

con $j = 1, 2, 3$.

para el subsistema eléctrico y

$$J \ddot{\theta} = T_e - T_L \quad (2.2)$$

$$T_j(\theta, i_j) = \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} \{1 - (1 + i_j f_j(\theta)) e^{-i_j f_j(\theta)}\} \quad (2.3)$$

con $i_j \geq 0$ y $j = 1, 2, 3$.

para el subsistema mecánico. Donde T_e es el par generado de origen eléctrico total, J es el amortiguamiento y T_L es el par de carga.

Ahora, si se define

$$D(\theta, i) = \frac{\partial f(\theta, i)}{\partial i} = f(\theta) e^{-i f(\theta)} \quad (2.4)$$

y

$$C(\theta, i) = f(\theta) e^{-i f(\theta)} \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \quad (2.5)$$

entonces la parte eléctrica del modelo queda escrita de la siguiente forma:

$$D(\theta, i) \frac{di}{dt} + C(\theta, i) \dot{\theta} + R i = u \quad (2.6)$$

donde u_j es el voltaje aplicado a las terminales de estator por fase j ; i_j es la corriente de estator por fase j ; L_{jj} es el enlace de flujo por fase j ; r es la resistencia del devanado de estator; θ es la posición angular del rotor; T_e es el par generado de origen eléctrico; T_L es el par de carga; J es la inercia total de rotor y de carga.

Recordando la estructura de los enlaces de flujo de cada fase, se consideran las siguientes suposiciones:

A.1 Las inductancias mutuas entre fases pueden ser despreciadas.

A.2 La inductancia puede ser modelada como una función no lineal continua de la posición del rotor y de la corriente de fase.

A.3 La corriente en cada devanado es tal que $i_j \geq 0$ para $j = 1, 2, 3$

Bajo estas suposiciones, el enlace de flujo por fase puede ser modelado por

$$L_{jj}(\theta, i_j) = L_{sj} e^{-i_j f_j(\theta)} ; i_j \geq 0$$

donde L_{sj} es el enlace de flujo saturado y $f_j(\theta)$ es una función periódica estrictamente positiva. Debido a la periodicidad de esta última función, $L_{jj}(\theta, i_j)$ es también periódica en θ con periodo $\frac{2\pi}{N_r}$ y desplazada un ángulo $\theta_j = (j-1)\frac{2\pi}{3}$, donde N_r es el número de polos de rotor.

Obs. Note en la ecuación del par que si la corriente de devanado es positiva y acotada entonces el enlace de flujo es también positivo y acotado. Así el signo del par es determinado únicamente por el término $\frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta}$, i.e. la variación de la inductancia no lineal $f(\theta)$ con respecto a la posición del rotor θ . Esta propiedad será fundamental en la definición de las *funciones de distribución de par*, como se verá en la sección siguiente.

2.3 Conmutación electrónica

Dado que en las aplicaciones del SRM solo se usan corrientes positivas para generar los pares positivos y negativos y esas corrientes deben ser aplicadas para valores específicos de la posición del rotor θ se requiere un conmutador electrónico para operar esta clase de motores. Siguiendo ideas de [3] y [8], en este artículo se considera una política suave para conmutar las corrientes de estator en el siguiente sentido:

Dados dos conjuntos

$$\theta_j^+ = \theta : \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \geq 0 \quad \theta_j^- = \theta : \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} < 0$$

donde los superíndices + and - indican si se requieren pares positivos o negativos, respectivamente, elíjanse funciones cualquiera m_j^+ and m_j^- tales que

$$m_j^+(\theta) > 0 \forall \theta \in \theta_j^+; \sum_{j=1}^3 m_j^+(\theta) = 1 \forall \theta$$

$$m_j^-(\theta) > 0 \forall \theta \in \theta_j^-; \sum_{j=1}^3 m_j^-(\theta) = 1 \forall \theta$$

Entonces, esas funciones pueden escalar cada par de fase con el fin de generar un par total, i.e.

$$T_e(\theta, i_1, i_2, i_3) = \sum_{j=1}^3 m_j(\theta) T_j(\theta, i_j)$$

donde

$$m_j(\theta) = \begin{cases} m_j^+(\theta), & T_d \geq 0 \\ m_j^-(\theta), & T_d < 0 \end{cases}$$

con T_d el par deseado a ser entregado.

2.4 Modelo simplificado

Debido a la relación altamente no lineal entre los flujos y las corrientes en el modelo completo del SRM, y con el fin de hacer este modelo más tratable, se considera como práctica usual que el comportamiento no lineal de las inductancias, mostrado en la Figura 2, puede ser aproximado por su primera armónica, i.e. puede ser aproximado por un comportamiento senoidal. En este caso, se obtiene una relación lineal entre flujos y corrientes dada por

$$\psi_j(\theta, i_j) = L_j(\theta) i_j$$

donde

$$L_j(\theta) = l_0 + l_1 \cos(N_r \theta - (j-1)\frac{2\pi}{3})$$

que es la inductancia por devanado que varía únicamente de acuerdo a la posición del rotor. Aquí l_0 y l_1 son constantes que hacen esta inductancia una función estrictamente positiva.

Bajo esta simplificación, el modelo de la máquina puede ser escrito como

$$L_j(\theta) \frac{di_j}{dt} + K_j(\theta) \dot{\theta} + r i_j = u_j; \quad j = 1, 2, 3$$

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = T_e - T_L$$

donde $K_j(\theta) = \frac{\partial L_j(\theta)}{\partial \theta} = N_r l_1 \sin(N_r \theta - (j-1)\frac{2\pi}{3})$ y

$$T_e(\theta, i_1, i_2, i_3) = \sum_{j=1}^3 T_j(\theta, i_j) = \sum_{j=1}^3 \frac{1}{2} K_j(\theta) i_j^2$$

Debe notarse aquí que, como en el modelo completo, el signo del par generado solo es determinado por el término $K_j(\theta)$, i.e. la derivada parcial de la inductancia con respecto a la posición del rotor. En este sentido, el mecanismo propuesto para garantizar la conmutación entre fases continúa siendo válido.

3 Diseño del controlador

En esta sección se presenta el resultado principal de este artículo, el control de velocidad basado en pasividad para el modelo completo del SRM. En la primera parte de la sección se introducen los conceptos básicos de pasividad y se comenta brevemente la metodología de diseño. Después de esto, se presenta el controlador propuesto para terminar la sección con el caso particular del modelo simplificado de la máquina.

3.1 Diseño basado en pasividad

Los sistemas pasivos establecen una clase de sistemas no lineales que disfrutan de algunas propiedades que son atractivas desde el punto de vista del control. Con el fin de tener claridad en la presentación, considérese primero la siguiente definición básica:

Definición. El sistema dinámico $\Sigma : u \rightarrow y$ con entrada $u \in \mathcal{R}^m$, salida $y \in \mathcal{R}^m$ y vector de estados $x \in \mathcal{R}^n$ es pasivo (resp. estrictamente pasivo) si existe $\mathcal{H}(x) \in C^1$, $\mathcal{H}(0) = 0$, $\mathcal{H}(x) > 0$ y $\mathcal{H}(x) < 0$ (resp. > 0) tal que, para toda $u \in \mathcal{L}_2^m$ y para toda $t \geq 0$ la siguiente desigualdad se cumple

$$\int_0^t u^T(\tau) y(\tau) d\tau \leq \mathcal{H}[x(t)] - \mathcal{H}[x(0)] + \int_0^t \|y(\tau)\|^2 d\tau \quad (3.1)$$

como se establece en [9], es claro que los sistemas pasivos son estables en el sentido de Lyapunov con dinámica cero estable. Más aún, la interconexión por retroalimentación de esta clase de sistemas conduce a un sistema que también es pasivo y por lo tanto estable.

En [7], estas propiedades son explotadas con el fin de controlar una clase de máquinas eléctricas. La suposición básica es que el modelo de un motor dado puede ser descompuesto como la interconexión por retroalimentación de dos sistemas (uno eléctrico y el otro mecánico) pasivos considerando las siguientes entradas y salidas

$$\Sigma_e : \begin{matrix} u \\ \dot{\theta} \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} y \\ i \end{matrix} = \begin{matrix} u_s \\ T_e(\theta, i) \end{matrix} \quad (3.2)$$

para el subsistema eléctrico, con u_s los voltajes de estator, $\dot{\theta}$ la velocidad del rotor, i_s las corrientes de estator

y T_e el par generado, y

$$\square_m : u = T_L \quad T_e \rightarrow y = \dot{\square} \quad (3.3)$$

para el subsistema mecánico, con T_L el par de carga.

Una vez que esta descomposición ha sido garantizada, la tarea de control puede ser lograda siguiendo tres pasos:

1. Retroalimentar las corrientes de estator para controlarlas.
2. Definir un comportamiento deseado para las corrientes de tal forma que la convergencia de corrientes asegure control de par.
3. Realizar el control de velocidad y posición seleccionando un comportamiento conveniente del par generado.

3.2 Resultado principal

En esta subsección, mediante la aplicación de la metodología de diseño explicada arriba, se presenta un control de velocidad para el modelo completo del SRM. Las propiedades de pasividad que hacen apropiado el enfoque son presentadas en la siguiente:

Proposición: El modelo completo de un SRM 3 puede ser descompuesto en una interconexión de dos sistemas pasivos, que son

$$\begin{aligned} \square_e : \quad & \square \quad u \quad \square \quad \square \quad i \quad \square \\ & \square \quad \dot{\square} \quad \rightarrow \quad T_e(\square, i) \\ \square_m : \quad & T_L \quad T_e \rightarrow \dot{\square} \end{aligned}$$

donde $u = [u_1, u_2, u_3]^T$ y $i = [i_1, i_2, i_3]^T$.

Prueba.

La prueba está basada en la propiedad de los sistemas electromecánicos que establece que (véase [10]) la suma de las funciones de energía y co-energía magnéticas es igual al producto de los enlaces de flujo y de las corrientes de devanado. En el caso del modelo bajo estudio, es verdad que

$$W(\square) + W'(\square, i) = T_i$$

donde $\square = [\square_1, \square_2, \square_3]^T$ es el vector de enlaces de flujo,

$$W(\square) = \sum_{j=1}^3 W_j(\square_j) = \sum_{j=1}^3 \int_0^{\square_j} i_j(\square_j) d\square_j$$

es la función de energía magnética total

$$W'(\square, i) = \sum_{j=1}^3 W_j(\square, i_j) = \sum_{j=1}^3 \int_0^{i_j} \square_j(\square, i_j) di_j$$

es la función de co-energía magnética total.

Entonces, escribiendo la función de energía magnética de cada fase como

$$\begin{aligned} W_j(\square_j) &= \int i_j W'_j(\square, i_j) \\ &= \int i_j \left[\frac{\partial f_j(\square)}{\partial \square} e^{-i_j f_j(\square)} + \frac{\partial}{\partial \square} \right] \end{aligned}$$

se puede mostrar que su derivada con respecto al tiempo es

$$\dot{W}_j(\square, \dot{\square}_j, i_j) = i_j \frac{d}{dt} T_j(\square, i_j)$$

De aquí evaluando esta última expresión a lo largo de las trayectorias del subsistema eléctrico del modelo del SRM, se obtiene que

$$\dot{W}_j(\square, \dot{\square}_j, i_j) = r i_j^2 + i_j u_j - T_j(\square, i_j) \dot{\square}$$

lo cual, después de la integración en el tiempo, prueba la primera parte del hecho.

La segunda parte de este hecho se prueba de una forma similar considerando la función de co-energía cinética de la máquina dada por

$$\mathcal{K}'(\dot{\square}) = \frac{1}{2} J \dot{\square}^2$$

La derivada con respecto al tiempo de esta función evaluada a lo largo de las trayectorias del subsistema mecánico es

$$\dot{\mathcal{K}}'(\dot{\square}) = \dot{\square}(T_L - T_e)$$

Si se realiza la integración con respecto al tiempo de esta última expresión se completa la prueba. $\triangle \triangle \triangle$

Una vez que la aplicación del enfoque basado en pasividad ha sido justificado, se puede presentar el controlador propuesto. De cualquier manera, antes de hacer esto, es útil señalar que la derivada con respecto al tiempo de los enlaces del flujo pueden ser escritos como

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \square_j(\square, i_j) &= \frac{\partial \square_j(\square, i_j)}{\partial \square} \dot{\square} + \frac{\partial \square_j(\square, i_j)}{\partial i_j} \frac{di_j}{dt} \\ &= \frac{\partial \square_j(\square, i_j)}{\partial i_j} \frac{di_j}{dt} + \frac{\partial f_j(\square)}{\partial \square} e^{-i_j f_j(\square)} \dot{\square}_j \end{aligned}$$

Por lo tanto, el subsistema eléctrico del modelo completo es

$$D(\square, i) \frac{di}{dt} + C(\square, i) \dot{\square} + Ri = u \quad (3.4)$$

con $R = rI_3$,

$$D(\square, i) = \text{diag} \left\{ \frac{\partial \square_1(\square, i_1)}{\partial i_1}, \frac{\partial \square_2(\square, i_2)}{\partial i_2}, \frac{\partial \square_3(\square, i_3)}{\partial i_3} \right\}$$

y

$$C(\square, i) = \text{diag} \left\{ \frac{\partial f_1(\square)}{\partial \square} e^{-i_1 f_1(\square)}, \frac{\partial f_2(\square)}{\partial \square} e^{-i_2 f_2(\square)}, \frac{\partial f_3(\square)}{\partial \square} e^{-i_3 f_3(\square)} \right\}$$

mientras que el comportamiento dinámico del subsistema mecánico continúa dado por

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = T_e - T_L \quad (3.5)$$

con el par generado como en (2.3).

Note que con $f_j(\theta) > 0$ y $i_j \neq 0$ el término $D_j(\theta, i_j) = f_j(\theta) e^{-i_j f_j(\theta)}$ es positivo definido. Este hecho puede ser útil definiendo la función de Lyapunov que prueba el resultado principal del artículo establecido en la siguiente

Proposición. Considere el modelo completo de un SRM dado por (3.4), (3.5) y (2.3) en lazo cerrado con la ley de control

$$u = D(\theta, i) \frac{di_d}{dt} + C(\theta, i) \dot{\theta}_d + R i_d - K_v (i - i_d) \quad (3.6)$$

donde $K_v = \text{diag}\{K_{1v}, K_{2v}, K_{3v}\}$ es tal que

$$C(\theta, i) \dot{\theta} + R + K_v > 0$$

El comportamiento deseado de la corriente i_d es obtenido como solución de

$$1 + i_d f_j(\theta) e^{-i_d f_j(\theta)} = \frac{f_j^2(\theta)}{s} \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} m_j(\theta) T_d \quad (3.7)$$

mientras que el par deseado T_d está relacionado con el error de velocidad $\dot{\theta} = \theta - \theta_d$ por

$$T_d(z) = J \ddot{\theta}_d - z + T_L(\theta, \dot{\theta}) \quad (3.8)$$

con el estado del controlador dado por

$$\dot{z} = -az + \dot{\theta} \quad (3.9)$$

Con esta ley de control y bajo las suposiciones mencionadas, se garantiza convergencia asintótica del seguimiento de velocidad del rotor, i.e.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\theta} = 0$$

con todas las señales internas acotadas.

△△△

Antes de presentar la prueba, es necesario hacer las siguientes observaciones:

□ Note que (3.7) es una ecuación trascendental y puede resolverse de dos formas distintas: numéricamente o intentar encontrar una solución cerrada a partir del grado de aproximación elegido para la inductancia no lineal $f_j(\theta)$.

□ También en la ecuación (3.7), el término $m_j(\theta) T_d$ proviene del enfoque de "par compartido". De hecho, el par deseado es generado como la suma de los valores deseados del par generado por fase, i.e.

$$T_d = \sum_{j=1}^3 T_{jd}$$

De cualquier manera bajo el enfoque de "par compartido", cada par de fase es reemplazado por el término $m_j(\theta) T_d$ dando como resultado que

$$T_d = \sum_{j=1}^3 m_j(\theta) T_d$$

□ La definición del par deseado (3.8) probada adicionalmente como en [11]. La estructura propuesta es usada con fines de simplicidad de la presentación.

□ En general, la matriz K_v depende de la posición del rotor θ la velocidad del rotor $\dot{\theta}$ y la corriente i . De hecho, en el modo más simple, esta matriz puede ser elegida como $K_v = C(\theta, i) \dot{\theta} + \bar{K}_v$ con $\bar{K}_v = \bar{K}_v^T > 0$.

□ Se puede observar que el problema de control de posición puede ser resuelto si se modifica la expresión (3.8) de la forma $T_d(z) = J \ddot{\theta}_d - z - f \dot{\theta} + T_L(\theta, \dot{\theta})$ con $f > 0$ y el error de posición dado por $\theta = \theta - \theta_d$.

Prueba del resultado principal.

Se define el error de corrientes como $e = i - i_d$, el modelo (3.4) puede ser escrito equivalentemente como

$$D(\theta, i) \frac{de}{dt} + C(\theta, i) \dot{\theta} + R e = 0 \quad (3.10)$$

donde

$$\theta = u - D(\theta, i) \frac{di_d}{dt} + C(\theta, i) \dot{\theta}_d + R i_d$$

Considerando el controlador propuesto (3.6), la expresión (3.10) toma la forma

$$D(\theta, i) \frac{de}{dt} + C(\theta, i) \dot{\theta} + R + K_v e = 0$$

Dado que $D(\theta, i)$ es una matriz estrictamente definida positiva, esta última expresión puede ser reacomodada como

$$\frac{de}{dt} = -D^{-1}(\theta, i) [C(\theta, i) \dot{\theta} + R + K_v] e$$

la cual, debido a la estructura diagonal de las matrices, define un conjunto de tres ecuaciones diferenciales lineales variantes en el tiempo de la forma

$$\frac{de_j}{dt} = a_j(t)e_j(t); \quad j = 1, 2, 3$$

siendo suficiente mostrar que $a_j(t)$ permanece siempre positiva para asegurar convergencia exponencial del error de corrientes a cero.

Con el fin de probar que el seguimiento de corrientes implica seguimiento de par, considérese la definición del par deseado por fase dado por

$$T_{jd}(\omega) = \frac{s}{f_j^2(\omega)} \frac{\partial f_j(\omega)}{\partial \omega} \{1 - [1 + i_{jd} f_j(\omega)] e^{-i_{jd} f_j(\omega)}\}$$

Esta definición, por un lado, determina el valor de las corrientes deseadas i_{jd} dado en (3.7) y, por otro, escribiendo la diferencia entre esta variable y el par generado por fase como

$$T_j - T_{jd} = \frac{s}{f_j^2(\omega)} \frac{\partial f_j(\omega)}{\partial \omega} e^{-i_{jd} f_j(\omega)} \{ [1 + i_{jd} f_j(\omega)] e^{e_{jd} f_j(\omega)} - 1 + e_{jd} f_j(\omega) e^{e_{jd} f_j(\omega)} \} \quad (3.11)$$

muestra que si e tiende a cero también implica convergencia de par debido al hecho de que el término entre {} llaves tiende a cero.

El paso final en la prueba es mostrar que el error de velocidad también tiende a cero. Para hacer esto, note que la dinámica de esta variable puede obtenerse de (3.5) y (3.8) como

$$J\dot{\omega} + B\omega = T_e - T_d$$

De aquí es fácil observar que convergencia de par implica convergencia de velocidad cuando el tiempo tiende a infinito.

3.3 Control del modelo simplificado

En esta subsección, el controlador propuesto en la sección anterior es realizado para el modelo simplificado el cual es reescrito para recordarlo

$$D(\omega) \frac{di}{dt} + C(\omega) \dot{\omega} + Ri = u$$

$$J\ddot{\omega} = T_e(\omega, i) - T_L(\omega, \dot{\omega})$$

donde

$D(\omega) = \text{diag}\{L_1(\omega), L_2(\omega), L_3(\omega)\}$ es la matriz de inductancias,

$C(\omega) = \text{diag}\{K_1(\omega), K_2(\omega), K_3(\omega)\}$ y

$T_e(\omega, i) = \frac{1}{2} i^T C(\omega) i$ es el par generado.

Con el fin de probar las propiedades de pasividad de este modelo, considera la función de co-energía magnética y la función de co-energía cinética de la máquina dadas por

$$W'(\omega, i) = \frac{1}{2} i^T D(\omega) i; \quad \mathcal{K}'(\omega) = \frac{1}{2} J \dot{\omega}^2$$

respectivamente. La derivada con respecto al tiempo de lo anterior es

$$\dot{W}'(\omega, i) = i^T D(\omega) \frac{di}{dt} + i^T C(\omega) i \dot{\omega}$$

que evaluado a lo largo de las trayectorias del subsistema eléctrico da como resultado que

$$\dot{W}'(\omega, i) = \frac{1}{2} i^T C(\omega) i \dot{\omega} - i^T Ri + i^T u$$

Entonces, después de la integración en el tiempo, la pasividad de este subsistema es probada. La pasividad del subsistema mecánico es probada siguiendo el mismo procedimiento como en el caso del modelo completo.

La ley de control para este caso tiene la misma estructura como la del modelo completo, i.e.

$$u = D(\omega) \frac{di_d}{dt} + C(\omega) \dot{\omega}_d + Ri_d - K_v e$$

de cualquier manera, en este caso, cada entrada de la matriz K_v debe cumplir la siguiente desigualdad

$$N_r l_1 \sin \theta_j - N_r \omega_j (j-1) \frac{2\omega_j}{3} + r + K_{jv} > 0; \quad j = 1, 2, 3$$

Note que el término senoidal es siempre acotado, y el requerimiento es satisfecho si $K_{jv} > N_r l_1 |\dot{\omega}_j|$, de aquí una apropiada definición de las ganancias es $K_{jv} = c_1 |\dot{\omega}_j| I_3$ con $c_1 > N_r l_1$ e I_3 la matriz identidad.

La convergencia de par es probada considerando que en este caso la diferencia entre el par generado y el deseado es dada por

$$T_e - T_d = \frac{1}{2} i^T C(\omega) i - \frac{1}{2} i_d^T C(\omega) i_d$$

lo que conduce, después de algunos cálculos sencillos, a

$$|T_e - T_d| \leq \omega_1 \|e\|^2 + \omega_2 \|i_d\| \|e\|$$

con las constantes positivas ω_1, ω_2 , y donde puede verse que el seguimiento de corriente implica seguimiento de par si el valor deseado de las corrientes i_d es acotado.

Con el fin de obtener el comportamiento deseado para el vector de corrientes, como en el caso previo, se sigue un enfoque de "par compartido". Primero, note que el par deseado es obtenido del par deseado dividido para cada fase en el siguiente sentido

$$T_d = \frac{1}{2} i_{1d}^T K_1(\omega) i_{1d} + \frac{1}{2} i_{2d}^T K_2(\omega) i_{2d} + \frac{1}{2} i_{3d}^T K_3(\omega) i_{3d}$$

Si se adopta el enfoque de "par compartido", entonces esta última expresión coincide con

$$T_d = m_1(\omega) T_d + m_2(\omega) T_d + m_3(\omega) T_d$$

Entonces, en este caso es posible obtener una forma cerrada para las corrientes deseadas, dada por

$$i_{jd} = \begin{cases} \sqrt{2m_j(\omega) T_d K_j^{-1}(\omega)} & \text{si } K_j(\omega) \neq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Es interesante notar que esta última expresión está siempre bien definida. Esto es debido a la operación natural del motor, ya que, cuando el par deseado es negativo entonces la corriente debe ser aplicada cuando $K_j(\Omega)$ es negativo y viceversa. También, debe señalarse que, fue posible obtener una expresión cerrada para las corrientes deseadas debido a que se asumió una relación lineal entre flujos y corrientes.

Finalmente, el control del subsistema mecánico se garantiza de forma similar como se propuso en el caso del modelo completo.

4 Resultados Experimentales

El desempeño del esquema de control propuesto fue analizado mediante simulaciones digitales. Se consideraron los parámetros del motor dados en [3], $N_r = 4$, $l_0 = 30mH$, $l_1 = 20mH$, $r = 5$, $J = 10^{-3}kgm^2$ y el par de carga, por simplicidad de la presentación es cero. Con el fin de mostrar las propiedades globales del control, se consideró que el motor estaba inicialmente quieto.

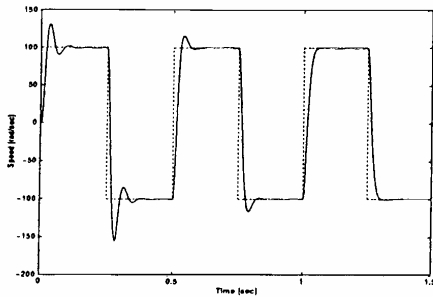


Figura 4: Velocidad con diferentes valores de amortiguamiento ($a = 75, 150, 175$)

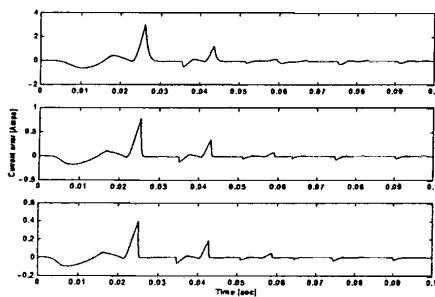


Figura 5: Error de corrientes con diferente valor de ganancia ($K_{vj} = 1, 5, 10$)

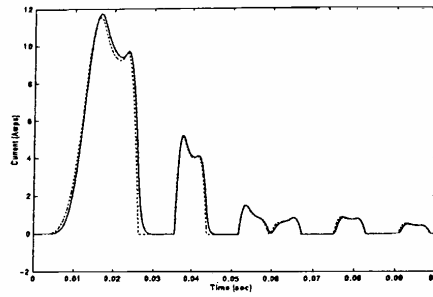


Figura 6: Corrientes de estator con baja ganancia ($K_{vj} = 1$)

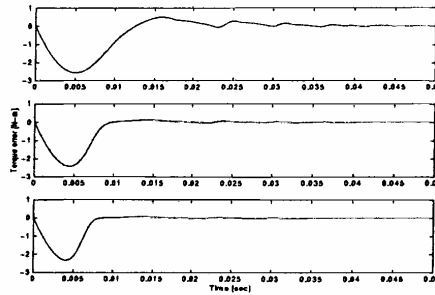


Figura 7: Error de par con diferente valor de ganancia ($K_{vj} = 1, 5, 10$)

5 Conclusiones

En este artículo, el control de velocidad del modelo no lineal de un motor de reluctancia conmutada fue desarrollado. Se consideraron dos casos diferentes, cuando no se hicieron simplificaciones en el comportamiento no lineal de la inductancia de fase, i.e. cuando existe una relación altamente no lineal entre flujos y corrientes, y cuando la inductancia del motor se describió de forma aproximada por su primera armónica, i.e. cuando se consideró que la variación con respecto al tiempo de la inductancia es senoidal. En ambos casos, el diseño del controlador se llevó a cabo mediante la explotación de las propiedades de pasividad del motor, con el fin de descomponer el sistema en una interconexión retroalimentada de dos subsistemas, uno eléctrico y el otro mecánico. Esta descomposición permitió controlar en una primera etapa el subsistema eléctrico, garantizado seguimiento de corriente y par, para controlar el subsistema mecánico en una segunda etapa, haciendo algo parecido al bien conocido control en cascada ampliamente usado en las aplicaciones industriales. El controlador propuesto fue validado mediante simulaciones

digitales, realizadas utilizando el modelo simplificado. En ellas se observa el buen desempeño que presenta el controlador.

Referencias

- [1] W.F. Ray, P.J. Lawrenson, R.M. Davis, J.M. Stephenson, N. Fulton and R.J. Blake, "High-performance switched reluctance brushless drives", *IEEE Transactions on Industrial Applications*, Vol. IA-22, No. 6, 1986.
- [2] H. Yang, S.K. Panda and Y.C. Liang, "Sliding Mode Control for Switched Reluctance Motors: An Experimental Investigation", *poner el congreso*, volumen, 1996.
- [3] D.G. Taylor, "Pulse-Width Modulated Control of Electromechanical Systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-37, No. 4, 1992.
- [4] G.S. Buja and M.I. Valla, "Control Characteristics of the SRM Drives-Part I: Operation in the Linear Region", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. IE-38, No. 5, 1991.
- [5] G.S. Buja and M.I. Valla, "Control Characteristics of the SRM Drives-Part II: Operation in the Saturated Region", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. IE-41, No. 3, 1994.
- [6] R. Ortega, A. Loria, P.J. Nicklasson and H. Sira-Ramírez, **Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems**, Springer, 1998.
- [7] P.J. Nicklasson, R. Ortega and G. Espinosa-Pérez, "Passivity-based control of a class of Blondel-Park transformable electric machines", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-42, No. 5, 1997.
- [8] M. Ilic-Spong, R. Marino, S. Peresada and D.G. Taylor, "Feedback Linearizing Control of Switched Reluctance Motors", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-32, No. 5, 1987.
- [9] A.J. van der Schaft, **libro**, Springer, 2nd edition, 1998.
- [10] J. Meisel, **Principles of Electromechanical Energy Conversion**, Prentice Hall, 1961.
- [11] R. Ortega, P.J. Nicklasson and G. Espinosa-Pérez, "On the Speed Control of Induction Motors", *AUTOMATICA*, Vol.32, 1996.